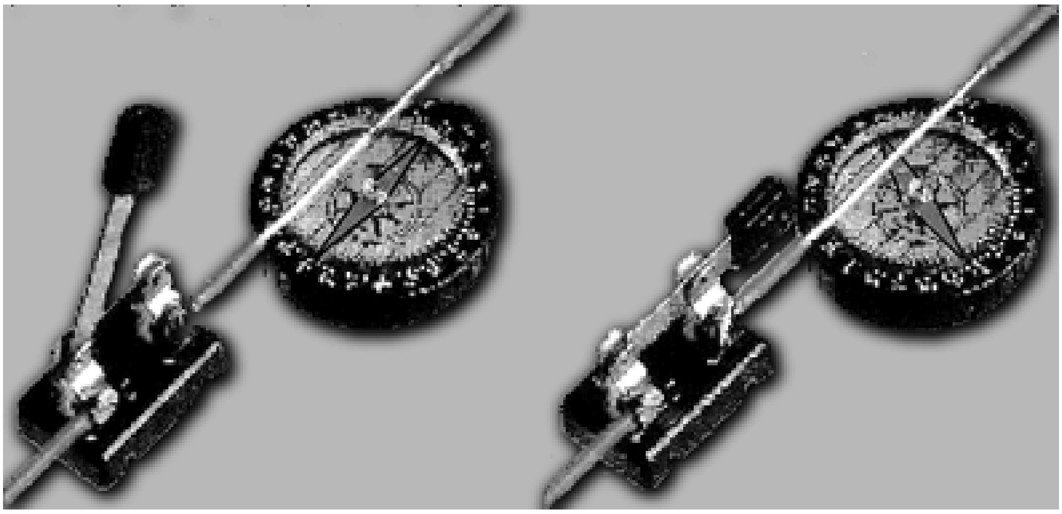
แหล่งของสนามแม่เหล็ก

แหล่งสนามแม่เหล็กแหล่งแรกที่มนุษย์รู้จักคือแม่เหล็กถาวรในธรรมชาติ ในปี ค.ศ. 1819 Hans Oersted นักวิทยาศาสตร์ชาวเดนมาร์กพบว่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในเส้นลวดทำให้เข็มของเข็มทิศซึ่งอยู่ใกล้ ๆ เบนไปได้ หนึ่งเดือนหลังจากนั้น Jean Baptiste Biot และ Félix Savart ประกาศผลการวัดแรงที่กระทำต่อแท่งแม่เหล็กที่วางอยู่ใกล้ลวดยาวนำกระแส และวิเคราะห์ผลการทดลองในรูปของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากแต่ละส่วนของลวดนำกระแส หลังจากนั้นไม่นาน Andre-Marie Ampere (175-1836) พบกฎสำหรับคำนวณแรงแม่เหล็กที่กระทำระหว่างตัวนำกระแสสองตัว

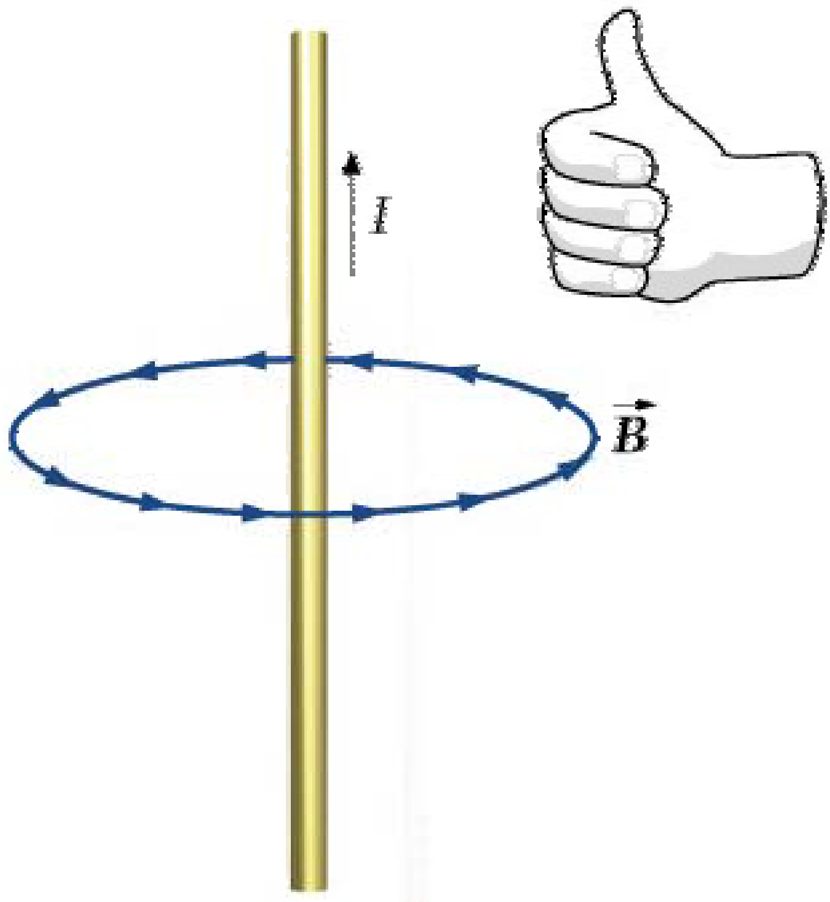


กระแสไฟฟ้าที่ไหลในเส้นลวดทำให้เข็มของเข็มทิศซึ่งอยู่ใกล้ ๆ เบนไป

กฎของ Biot-Savart

Oersted พบว่าเข็มทิศเบนไปจากแนวเดิมเมื่ออยู่ใกล้เส้นลวดนำกระแสไฟฟ้า ซึ่งหมายความว่ามีสนามแม่เหล็กเกิดขึ้นบริเวณรอบ ๆ เส้นลวดนำกระแส ถ้าสนามแม่เหล็กโลกมีกำลังน้อยมากจนไม่ต้องคำนึงถึง เข็มทิศจะวางตัวขนานกับสนามแม่เหล็กที่เกิดจากเส้นลวดนำกระแสโดยมีขั้วเหนือชี้ไปตามทิศของสนามแม่เหล็ก เราสามารถตามเส้นแรงแม่เหล็กเส้นใดเส้นหนึ่งได้โดยค่อย ๆ เลื่อนเข็มทิศไปตามทิศที่ขั้วเหนือของเข็มทิศชี้ ถ้าเส้นลวดตรงและยาวมาก ๆ และมีกระแสไหลคงตัว เส้นแรงแม่เหล็กจะอยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับเส้นลวดเป็นวงกลมล้อมเส้นลวดโดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่เส้นลวด

ถ้าเรากลับทิศของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวด เส้นสนามแม่เหล็กจะวนกลับทิศ จากการทดลองพบว่าทิศของเส้นแรงแม่เหล็กและทิศของกระแสไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กันตามกฎมือขวา : วางมือขวาให้นิ้วหัวแม่โป้งชี้ไปตามทิศของกระแสไฟฟ้า นิ้วมือขวาอีกสี่นิ้วจะโค้งวนไปตามทิศของเส้นสนามแม่เหล็ก (ดูรูปหน้าถัดไป) เรายังสามารถใช้กฎนี้หาทิศของเส้นแรงแม่เหล็กใกล้ ๆ ส่วนใด ๆ เส้นลวดนำกระแสได้แม้ว่าเส้นลวดนั้นจะไม่ตรง



Jean Baptiste Biot และ Félix Savart ได้ศึกษาแรงระหว่างเส้นลวดนำกระแสไฟฟ้ากับแท่งแม่เหล็กและได้สูตรสำหรับหาสนามแม่เหล็กที่จุดห่างจากเส้นลวดนำกระแสในรูปของกระแสที่เป็นต้นกำเนิดของสนามแม่เหล็กนั้น กฎของ Biot-Savart เป็นกฎที่"เลียนแบบ"กฎของคูลอมบ์ ถ้าประจุไฟฟ้าทำให้เกิดสนามไฟฟ้าบริเวณรอบ ๆ ประจุ กระแสไฟฟ้า (ประจุที่เคลื่อนที่) ก็ควรทำให้เกิดสนามแม่เหล็กที่บริเวณรอบ ๆ ในลักษณะคล้ายกัน

1. กฎของคูลอมบ์ใช้กับจุดประจุ แต่กระแสไฟฟ้าจะต้องไหลจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่งเสมอ เพื่อที่จะให้ได้สิ่งที่คล้ายกับ"จุดกระแส" เราพิจารณากระแสที่ไหลในส่วนเล็ก ๆ $d\vec{\ell}$ ของเส้นกระแส และถ้าความยาวเพิ่มเป็นสองเท่า ขนาดของสนามแม่เหล็กควรเพิ่มเป็นสองเท่าด้วย นอกจากนั้น จากการทดลองพบว่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่าง ๆ รอบเส้นลวดมีขนาดแปรผันตรงกับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในเส้นลวด นั่นคือถ้ากระแสไฟฟ้ามีขนาดเพิ่มเป็นสองเท่า ความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่าง ๆ ก็เพิ่มเป็นสองเท่าด้วย

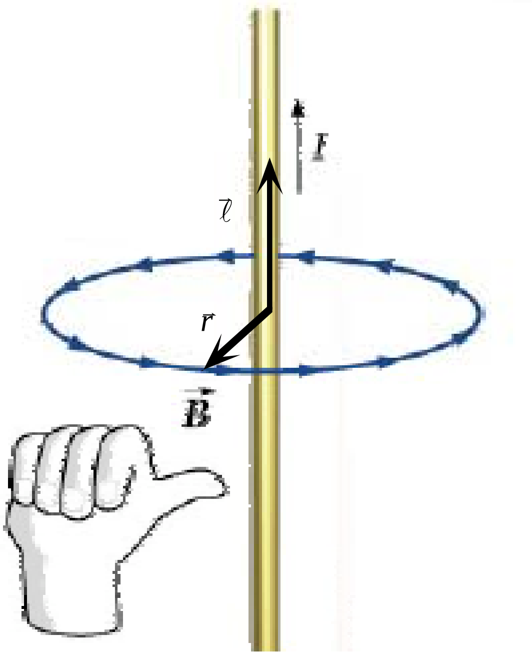
ดังนั้นสิ่งที่จะแทนที่ประจุ dq ในกฎของคูลอมบ์คือผลคูณ $I\,d\ell$ ซึ่งเราจะเรียกว่าชิ้นกระแส เราสรุปว่าสนามแม่เหล็ก dB เนื่องจากชิ้นกระแสขนาด $I\,d\ell$ แปรผันตรงกับขนาดของชิ้นกระแสนั้น

$$dB \propto I\,d\ell$$

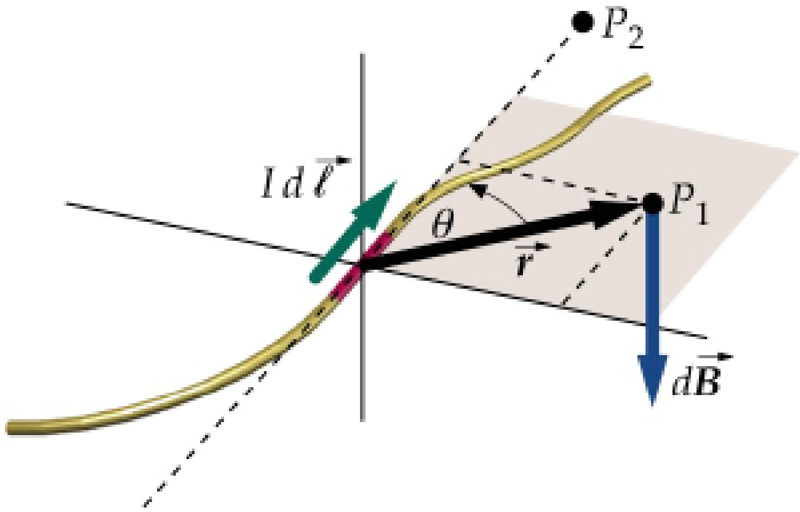
2. ขนาดความเข้มของสนามแม่เหล็ก ณ จุดใด ๆ แปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างจากชิ้นกระแสไปยังจุดนั้น

$$dB \propto \frac{1}{r^2}$$

3. ในกฎของคูลอมบ์ สนามไฟฟ้าจากจุดประจุมีทิศพุ่งออกจากจุดประจุออกไปตามแนวรัศมีเพราะทุกทิศทางรอบจุดประจุมีลักษณะเหมือนกัน แต่ในกรณีสนามแม่เหล็กจากชิ้นกระแส แต่ละทิศไม่เหมือนกันเพราะชิ้นกระแสไม่ใช่จุดแต่เป็นเส้นตรงที่มีทิศ จากการสังเกตทิศของสนามแม่เหล็กจากกระแสตรงยาว เราได้พบว่าสนามแม่เหล็กมีทิศวนรอบเส้นลวดในทิศที่ตั้งฉากกับเส้นลวดและมีทิศเดียวกับ $\vec{\ell} \times \vec{r}$ (ตามกฎมือขวา) ในที่นี้ $\vec{\ell}$ เป็นเวกเตอร์ชี้ไปตามทิศการไหลของกระแสและ $\vec{r}$ เป็นเวกเตอร์ตั้งฉากชี้จากเส้นลวดไปยังตำแหน่งที่ต้องการหาทิศสนามแม่เหล็ก



ดังนั้นเราคิดว่าสนามแม่เหล็กจากชิ้นกระแสน่าจะมีทิศตั้งฉากกับทิศของชิ้นกระแสในลักษณะเดียวกันด้วย Biot และ Savart เสนอว่าทิศของ $d\vec{B}$ ควรมีทิศเดียวกับทิศของ $I\,d\vec{\ell}\times\hat{r}$ โดยที่ $\hat{r}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยชี้จากชิ้นกระแสไปยังจุดที่ต้องการหาสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งในแนวตามทิศของชิ้นกระแส เช่น ที่จุด P_2 ในรูปข้างล่าง สนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสนี้มีค่าเป็นศูนย์ เพราะว่าชิ้นกระแส $I\,d\vec{\ell}$ มีทิศขนานกับเวกเตอร์ $\hat{r}$



ชิ้นกระแส $I\,d\vec{\ell}$ ทำให้เกิดสนามแม่เหล็กที่จุด P_1 ซึ่งมีทิศตั้งฉากกับทั้ง $I\,d\vec{\ell}$ และ $\hat{r}$

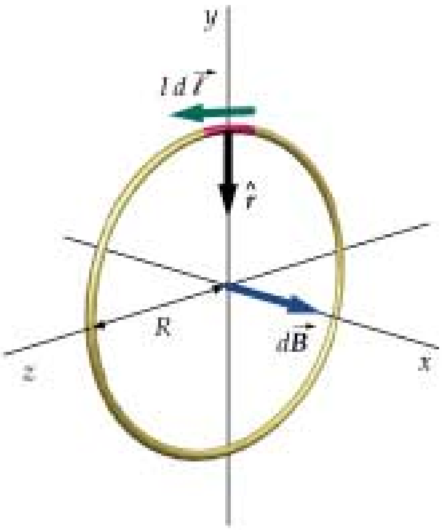
Biot และ Savart ได้สรุปเสนอว่าสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสควรเป็นไปตามสูตร

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

เราเรียกกฎนี้ว่ากฎของ Biot และ Savart เราสามารถหาสนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสทั้งหมดในวงจรได้โดยหาสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสเล็ก ๆ แต่ละชิ้น แล้วบวก (อินทิเกรต) สนามแม่เหล็กทั้งหมดเข้าด้วยกันแบบเวกเตอร์ โดยทั่วไปแล้วการคำนวณนี้ค่อนข้างยากมาก ยกเว้นกรณีที่วงจรมีรูปร่างเรขาคณิตง่ายจริง ๆ เท่านั้น

ตัวอย่าง สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสในขดลวดวงกลม

เราจะเริ่มจากกรณีง่าย ๆ ก่อน โดยหาสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของขดลวดวงกลม รัศมี R ซึ่งมีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่าน



เราหาสนามแม่เหล็กเนื่องจากส่วนเล็ก ๆ ของขดลวดก่อน รูปข้างบนแสดงให้เห็นชิ้นส่วนกระแสเล็ก ๆ ยาว $d\ell$ จากกฎมือขวา เราเห็นได้ว่าสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแส $I\,d\vec{\ell}$ นี้มีทิศไปตามแกนของวงกระแสและมีขนาด

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell\sin\theta}{R^2}$$

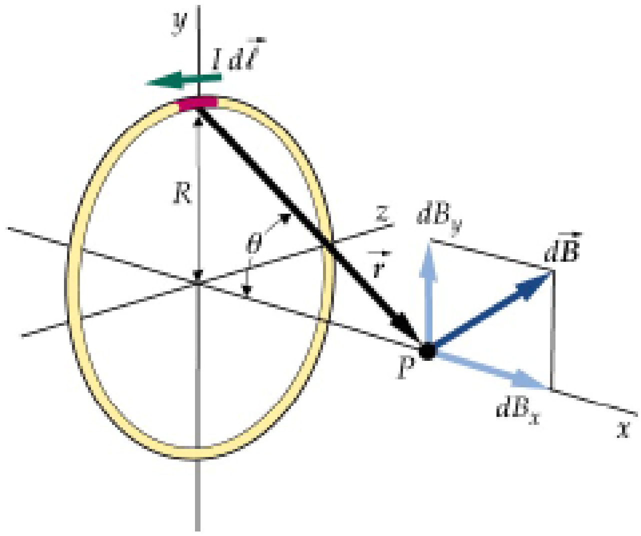
โดยที่ θ เป็นมุมระหว่าง $I\,d\vec{\ell}$ และ $\hat{r}$ ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ 90° ไม่ว่า $I\,d\vec{\ell}$ จะอยู่ที่ไหนบนวงกระแส เราหาสนามแม่เหล็กทั้งหมดได้โดยบวกสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสรอบวง เนื่องจากทุกชิ้นมีระยะเท่ากันหมด เราจะได้ว่า

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\oint d\ell$$

แต่ $\oint d\ell$ คือความยาวรอบวงกระแส ดังนั้น

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

ต่อไปเราจะหาสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งใด ๆ บนแกนของขดลวดวงกลมซึ่งมีกระแสไหลผ่าน



ให้ตำแหน่ง P ที่เราต้องการหาสนามแม่เหล็กอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางไปตามแกนของวงกลมเป็นระยะ x พิจารณาชิ้นกระแส $I\,d\vec{\ell}$ เช่นที่จุดยอดของวงกลมในรูป $I\,d\vec{\ell}$ มีทิศในแนวสัมผัสกับวงกระแสและตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\hat{r}$ จากชิ้นกระแสไปยังจุด P สนามแม่เหล็ก $d\vec{B}$ เนื่องจากชิ้นกระแสนี้มีทิศตั้งฉากกับ $\hat{r}$ และ $I\,d\vec{\ell}$ ดังแสดงในรูป ขนาดของ $d\vec{B}$ คือ

$$\left|d\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left|d\vec{\ell}\times\hat{r}\right|}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell}{x^2+R^2}$$

โดยที่เราได้ใช้ความจริงที่ว่า $r^2 = x^2 + R^2$ และ $d\vec{\ell}$ ตั้งฉากกับ $\hat{r}$ ทำให้ $\left|d\vec{\ell}\times\hat{r}\right| = d\ell$

เมื่อเราบวกสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสทั้งหมดรอบวงกระแส องค์ประกอบของ $d\vec{B}$ ในทิศตั้งฉากกับแกนของวงกระแสจะหักล้างกันหมด เพราะทุกชิ้นกระแส $I\,d\vec{\ell}$ จะมีชิ้นกระแสอีกชิ้นหนึ่งซึ่งอยู่ฝั่งตรงข้ามของวงกลมที่ให้องค์ประกอบตั้งฉากขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม ดังนั้นจึงเหลือให้เราพิจารณาบวกแต่องค์ประกอบ dB_x ที่ขนานกับแกนของวงกระแสเท่านั้น

$$dB_x = dB\sin\theta = dB\frac{R}{\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell}{x^2+R^2}\frac{R}{\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}$$

สนามแม่เหล็ก B_x เนื่องจากกระแสทั้งวงหาได้โดยการอินทิเกรต dB_x รอบวงกระแส

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\oint d\ell = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}(2\pi R)$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

ที่ระยะไกล ๆ จากวงกระแส x มีค่ามากกว่า R มาก ดังนั้น

$$\left(x^2+R^2\right)^{3/2} \approx \left(x^2\right)^{3/2} = |x|^3 \quad \text{ทำให้}$$

$$B_x \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I\pi R^2}{|x|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mu}{|x|^3}, \qquad x >> R$$

โดยที่ $\mu = I\pi R^2$ คือขนาดของโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กของวงกระแส สังเกตว่าค่าของ B_x มีรูปแบบเหมือนกับค่าของ E_x บนแกนของโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า $\vec{p}$ (ดูหน้า 9 ของเอกสาร"แรงไฟฟ้าและสนามไฟฟ้า" ที่ระยะไกล ๆ จากขั้วคู่ไฟฟ้า

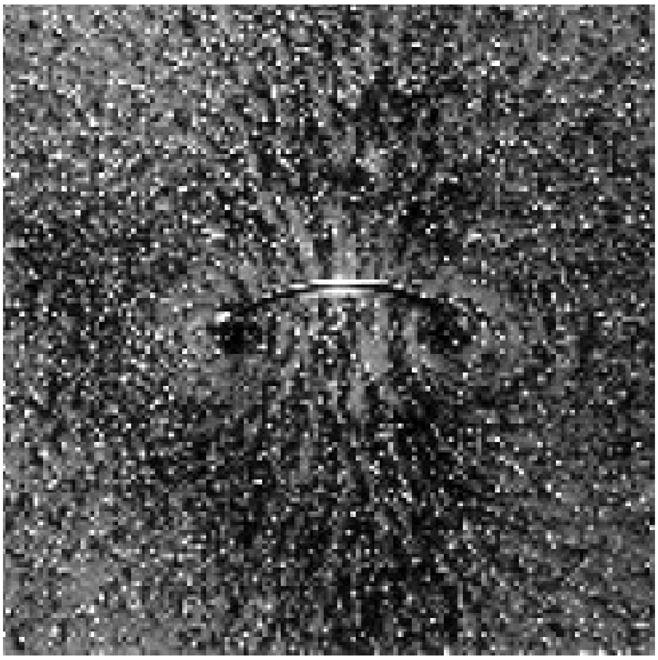
$$E_x \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qd}{r^3}\left(\frac{3x^2}{r^2}-1\right)$$

สำหรับจุดบนแกน x เราจะได้ว่า $r = |x|$ และ ดังนั้น

$$E_x \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qd}{\left|x^3\right|}\left(\frac{3x^2}{x^2}-1\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Qd}{\left|x^3\right|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{\left|x^3\right|}$$

เหมือนกับสนามแม่เหล็กจากขดกระแสกลม)

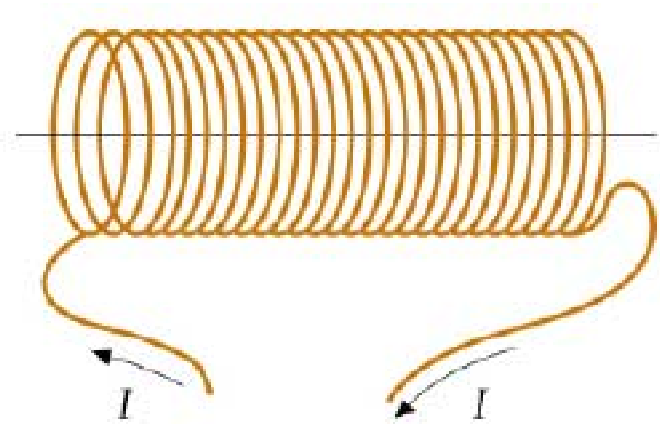
เราอาจแสดงให้เห็นได้ว่า ที่จริงแล้ววงกระแสทำให้เกิดสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งใด ๆ ไม่ว่าจะเป็นตำแหน่งบนแกนหรือนอกแกนของวงกระแสเหมือนกับเป็นสนามแม่เหล็กจากขั้วคู่แม่เหล็ก ดังนั้นวงกระแสทำตัวเหมือนกับเป็นขั้วคู่แม่เหล็กทั้งเมื่อตอนที่อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก (ถูกกระทำด้วยทอร์ก $\bar{\mu} \times \bar{B}$) และเมื่อทำตัวเป็นแหล่งสนามแม่เหล็ก (ตัววงกระแสเองทำให้เกิดสนามแม่เหล็กที่ระยะไกลเหมือนกับสนามแม่เหล็กจากขั้วคู่แม่เหล็ก) รูปข้างล่างแสดงให้เห็นเส้นแรงแม่เหล็กจากวงกระแส



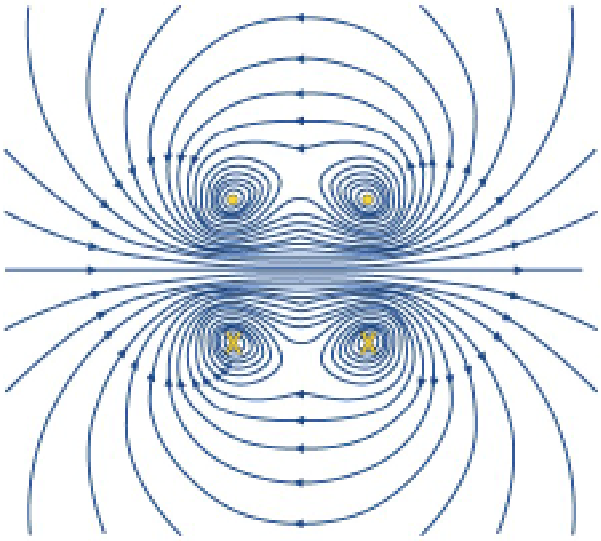
เส้นสนามแม่เหล็กจากกระแสในขดลวดกลม แสดงให้เห็นด้วยผงตะไบเหล็ก

สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้าในขดโซเลนอยด์

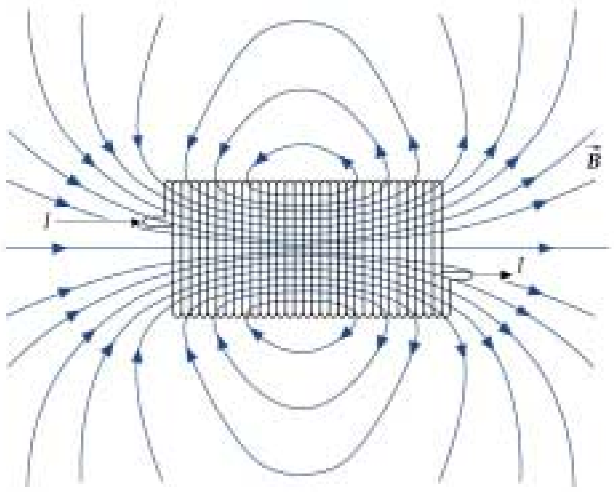
ขดโซเลนอยด์เป็นขดลวดที่พันแน่นเป็นเกลียวชิดกันดังในรูปข้างล่าง เราใช้ขดโซเลนอยด์ที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านสร้างสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอที่มีขนาดความเข้มสูงในบริเวณภายในขด บทบาทของขดโซเลนอยด์ในทางแม่เหล็กเหมือนกับบทบาทของตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนานในทางไฟฟ้าที่ให้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอขนาดสูงในระหว่างแผ่น



เราอาจมองว่าสนามแมเหล็กเนื่องจากขดโซเลนอยด์เป็นผลบวกของสนามแม่เหล็กเนื่องจากวงกระแสเหมือนกัน N ขดวางชิดกัน รูปข้างล่างแสดงให้เห็นเส้นสนามแม่เหล็กจากวงกระแสสองวงวางใกล้กัน

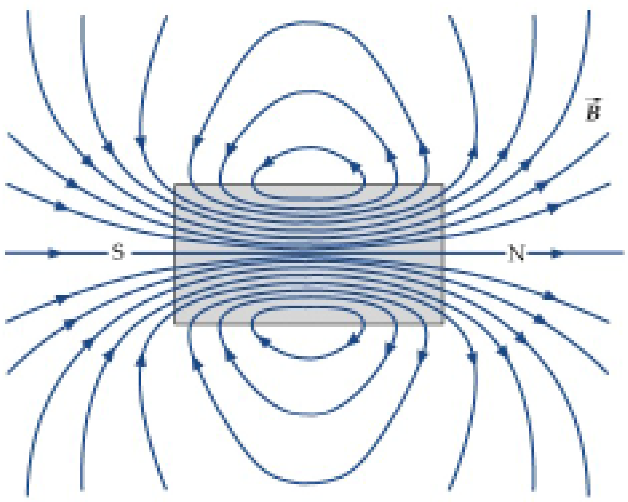


รูปข้างล่างแสดงให้เห็นเส้นสนามแม่เหล็กจากขดโซเลนอยด์ยาวที่พันชิดกัน ภายในขดโซเลนอยด์เส้นสนามแม่เหล็กมีทิศที่ประมาณขนานกับแกนและกระจายใกล้กันอย่างสม่ำเสมอ แสดงว่าสนามแม่เหล็กบริเวณนั้นมีค่าสูงและสม่ำเสมอ ที่ข้างนอกโซเลนอยด์เส้นสนามมีความหนาแน่นลดลง มีทิศพุ่งออกจากปลายหนึ่งและเข้าหาอีกปลายหนึ่ง เส้นสนามแม่เหล็กจากขดโซเลนอยด์มีลักษณะคล้ายกับเส้นสนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็ก



(a)

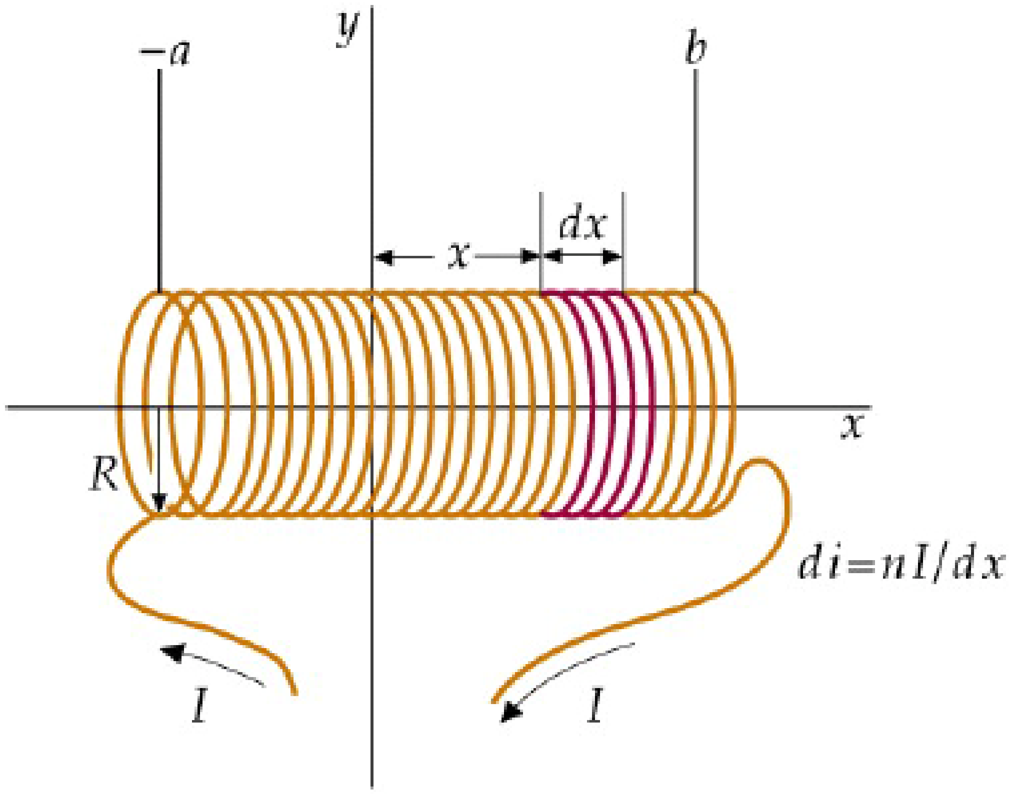
เส้นสนามแม่เหล็กจากขดโซเลนอยด์



(b)

เส้นสนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็ก

พิจารณาขดโซเลนอยด์ยาว L ซึ่งประกอบด้วยขดลวด N ขดมีกระแส I ไหลผ่าน เราเลือกให้แกนของโซเลนอยด์เป็นแกน x ให้ปลายซ้ายของโซเลนอยด์อยู่ที่ $x=-a$ และปลายขวาอยู่ที่ $x=+b$ ดังรูปข้างล่าง



เราจะคำนวณสนามแม่เหล็ก ณ จุดกำเนิดของแกน x โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. หาสนามแม่เหล็กเนื่องจากส่วนสั้น ๆ ของโซเลนอยด์ โดยเลือก"ตัวแทน"ให้เป็นขดลวด ณ ตำแหน่ง x ที่อยู่ในส่วนยาว dx ดังรูปข้างบน

2. บวกสนามแม่เหล็กจากแต่ละส่วนของโซเลนอยด์ตั้งแต่ปลายซ้ายไปจนสุดปลายขวา

ให้ $n=N/L$ เป็นจำนวนขดต่อหนึ่งหน่วยความยาว ดังนั้นโซเลนอยด์ส่วนที่ยาว dx มีจำนวนขด $n\,dx$ ขด แต่ละขดมีกระแสไหล I เนื่องจากขดเหล่านี้อยู่ติดกันมากและช่วง dx สั้นมาก ๆ กระแสที่ไหลในขดเหล่านี้จึงทำตัวเหมือนกับเป็นกระแส $nI\,dx$ ไหลในขดเดียว ในหัวข้อที่แล้วเรามีสูตรสำหรับหาสนามแม่เหล็ก

บนแกนของวงกระแสกลมที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางไปตามแกนเป็นระยะ x ว่าคือ

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

เราดัดแปลงสูตรนี้มาใช้กับกรณีของเรา โดยแทนค่า I ในสูตรด้วย $nI\,dx$ และเขียน dB_x แทน B_x ในสูตร เพราะเป็นสนามแม่เหล็กเนื่องจากส่วนสั้น ๆ ของโซเลนอยด์

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 nI\,dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

เราหาสนามแม่เหล็กรวมเนื่องจากทุกส่วนของโซเลนอยด์โดยบวกสนามแม่เหล็กเนื่องจากวงกระแสตั้งแต่ปลายซ้ายที่ $x=-a$ ไปจนถึงปลายขวาที่ $x=+b$

$$B_x = \int_{x=-a}^{x=+b} dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}2\pi R^2 nI\int_{x=-a}^{x=+b}\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

อินทิกรัล $\int\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$ ในสมการข้างบนเป็นอินทิกรัลมาตรฐานซึ่งเราสามารถเปิดดูจากตารางอินทิกรัลได้ว่ามีค่า

$$\int\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{R^2\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}$$

สำหรับผู้ที่ชอบทำเองก็อาจทำได้โดยเปลี่ยนตัวแปร ให้ $R = x\tan\theta$ หรือ $x = R\cot\theta$ ดังนั้น $dx = -R\,\mathrm{cosec}^2\theta\,d\theta$ และ $\left(x^2+R^2\right) = \left(R^2\cot^2\theta + R^2\right) = R^2\left(\cot^2\theta+1\right) = R^2\,\mathrm{cosec}^2\theta$ เมื่อแทนค่าเราจะได้

$$\int\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} = \int\frac{-R\,\mathrm{cosec}^2\theta\,d\theta}{R^3\,\mathrm{cosec}^3\theta} = \int\frac{-\sin\theta\,d\theta}{R^2} = \frac{\cos\theta}{R^2} = \frac{x}{R^2\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}$$

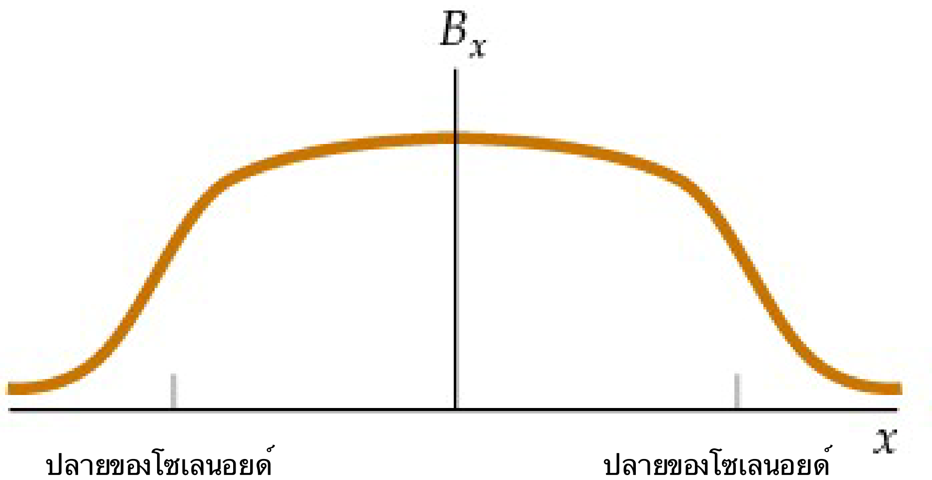
แทนค่าอินทิกรัลนี้ในค่าของสนามแม่เหล็ก เราจะได้

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi R^2 nI \int_{x=-a}^{x=+b} \frac{dx}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi R^2 nI \left. \frac{x}{\left(x^2 + R^2\right)^{1/2}} \right|_{-a}^{+b}$$
$$= \frac{1}{2} \mu_0 nI \left(\frac{b}{\left(b^2 + R^2\right)^{1/2}} + \frac{a}{\left(a^2 + R^2\right)^{1/2}} \right)$$

สำหรับโซเลนอยด์ที่ยาวมาก ๆ ที่ค่าของ a และ b ต่างก็มากกว่า R มาก ๆ แต่ละพจน์ในวงเล็บจะมีค่าเข้าหา 1 ในกรณีนี้ สนามแม่เหล็กจะมีค่าเข้าหา

$$B_x = \mu_0 nI \qquad \text{สนามแม่เหล็กภายในโซเลนอยด์ที่ยาวมาก ๆ}$$

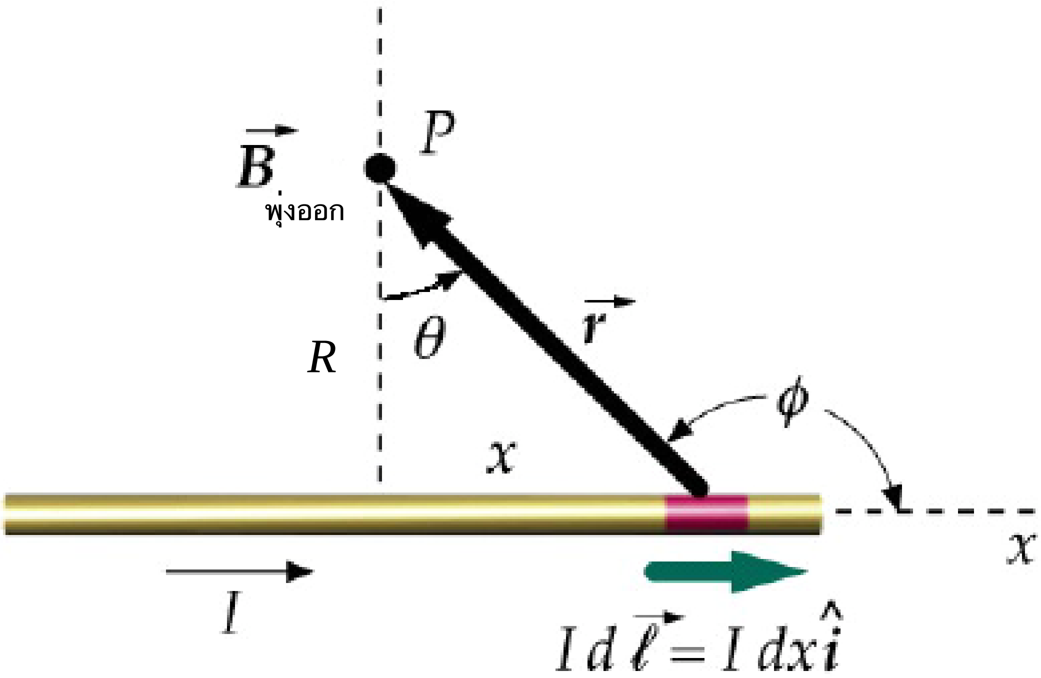
ถ้าจุดกำเนิดอยู่ที่ปลายหนึ่งของโซเลนอยด์ ค่าของ a หรือ b ค่าใดค่าหนึ่งต้องเป็นศูนย์ และถ้าอีกปลายหนึ่งอยู่ห่างออกไปมากเมื่อเทียบกับรัศมี พจน์ใดพจน์หนึ่งในวงเล็บสำหรับค่าของสนามแม่เหล็กต้องเป็นศูนย์โดยที่อีกพจน์หนึ่งมีค่าเข้าหา 1 ในกรณีนี้ $B_x \approx \frac{1}{2}\mu_0 nI$ นั่นคือขนาดของสนามแม่เหล็กที่ใกล้ปลายใดปลายหนึ่งของขดโซเลนอยด์ยาวมีค่าประมาณครึ่งหนึ่งของค่า ณ จุดที่อยู่ภายในโซเลนอยด์มาก ๆ รูปข้างล่างแสดงให้เห็นกราฟขนาดของสนามแม่เหล็กตามแกนของโซเลนอยด์ (จุดกำเนิดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของโซเลนอยด์) เราเห็นได้ว่าขนาดของสนามแม่เหล็กมีค่าประมาณคงตัวยกเว้นที่บริเวณใกล้ปลายของโซเลนอยด์



กราฟขนาดของสนามแม่เหล็กตามแกนของโซเลนอยด์

สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดตรง

เราจะใช้กฎของ Biot-Savart หาสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่ง P เนื่องจากกระแสในเส้นลวดตรงในรูปข้างล่าง



เราเลือกให้แกน x ชี้ไปทางทิศที่กระแสไหลตามเส้นลวด และให้จุด P เป็นจุดที่อยู่ห่างจากเส้นลวดเป็นระยะ R พิจารณาชิ้นกระแส $I\,d\bar{\ell}$ ที่ห่างจากจุดกำเนิดไปตามแกน x เป็นระยะ x ให้ $\bar{r}$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งที่ชี้จากชิ้นกระแสนี้ไปยังจุด P ทิศของสนามแม่เหล็ก ณ จุด P อยู่ในทิศของ $I\,d\bar{\ell}\times\bar{r}$ ซึ่งมีทิศพุ่งตั้งฉากออกจากหน้ากระดาษตามกฎมือขวา สังเกตว่าสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสอื่น ๆ ก็มีทิศพุ่งออกจากกระดาษเช่นกัน ดังนั้นเราสนใจคำนวณแค่ขนาดของสนามแม่เหล็กก็พอ สนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสในรูปมีขนาด

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idx}{r^2}\sin\phi = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idx}{r^2}\sin\left(90^\circ + \theta\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idx}{r^2}\cos\theta$$

โดยที่เราได้เปลี่ยนไปใช้มุม θ แทนมุม ϕ สังเกตว่าเราวัดมุม θ จากแกนดิ่งไปในทิศทวนเข็มนาฬิกาให้

เป็นทิศบวก ชิ้นกระแสที่อยู่ทางซ้ายมือของเส้นแนวดิ่งที่ผ่านจุด P จะให้มุม θ ที่มีค่าเป็นลบ เพื่อที่จะอินทิเกรตหาสนามแม่เหล็กรวม เราต้องรู้ความสัมพันธ์ระหว่าง θ, r และ x เราจะเลือกเปลี่ยนตัวแปรให้เขียนอยู่ในรูปของมุม θ จากรูป

$$x = R\tan\theta, \quad r = R\sec\theta$$

ดังนั้น
$$dx = R\sec^2\theta\, d\theta$$

แทนค่าลงในสมการสำหรับสนามแม่เหล็ก เราจะได้

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR\sec^2\theta\, d\theta}{R^2\sec^2\theta}\cos\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\theta\, d\theta}{R}$$

สนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแสทั้งหมดหาได้โดยการอินทิเกรตปริมาณข้างบนจาก $\theta = \theta_1$ ไปจนถึง $\theta = \theta_2$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right)$$

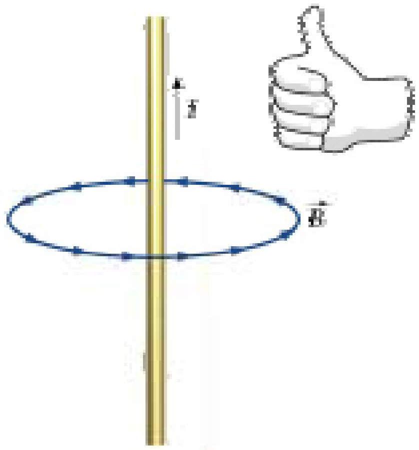
ในสูตรข้างบน เราต้องไม่ลืมว่าถ้าปลายซ้ายของเส้นลวดอยู่ทางซ้ายมือของจุด P มุม θ_1 จะมีค่าเป็นลบ

ในกรณีของเส้นลวดยาวอนันต์ $\theta_1 = -90^\circ$ และ $\theta_2 = 90^\circ$ เมื่อแทนค่าในสมการบนจะให้

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[\sin 90^\circ - \sin\left(-90^\circ\right)\right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\times 2$$

หรือ
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \qquad \text{เส้นลวดยาวอนันต์}$$

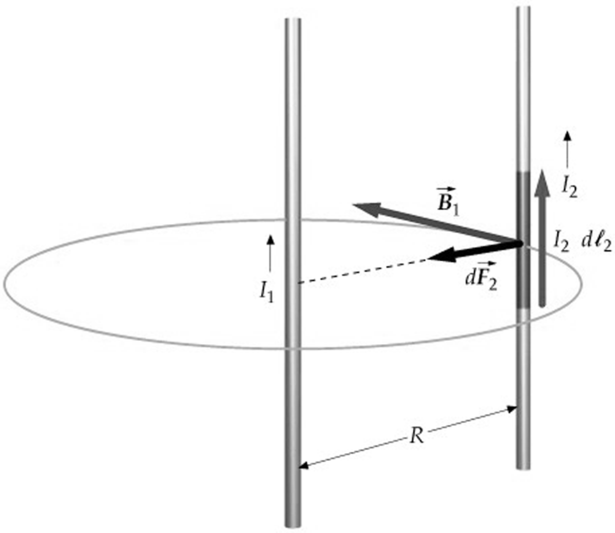
ที่บริเวณรอบ ๆ เส้นลวดตรงที่นำกระแสไฟฟ้า I เส้นสนามแม่เหล็กมีทิศสัมผัสกับวงกลมรัศมี R ที่ล้อมเส้นลวดนั้น โดยที่ R คือระยะตั้งฉากจากเส้นลวดไปยังตำแหน่งจุดสนามนั้น ทิศของสนามแม่เหล็กหาได้จากกฎมือขวาดังที่แสดงในรูปข้างล่าง Biot และ Savart เป็นผู้ค้นพบความสัมพันธ์ตามสมการข้างบนนี้จากการทดลองในปี ค.ศ. 1820 จากการวิเคราะห์ผลที่ได้นี้ ทำให้ Biot และ Savart ได้สูตรสำหรับสนามแม่เหล็กเนื่องจากชิ้นกระแส



ทิศของสนามแม่เหล็กหาได้จากกฎมือขวา

นิยามของแอมแปร์

ถ้าเราเอาเส้นลวดตรงนำกระแสสองเส้นมาวางขนานใกล้กัน สนามแม่เหล็กเนื่องจากเส้นลวดหนึ่งจะออกแรงทำต่อลวดนำกระแสอีกเส้นหนึ่ง ถ้ากระแสในลวดทั้งสองไหลไปทิศเดียวกัน ลวดทั้งสองจะดูดกัน แต่ถ้ากระแสไหลสวนทางกัน ลวดทั้งสองจะผลักกัน แรงที่กระทำระหว่างเส้นลวดขึ้นอยู่กับกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดทั้งสอง



รูปในหน้าที่แล้วแสดงให้เห็นลวดตัวนำตรงยาวและขนานกันสองเส้นซึ่งมีกระแสไหลไปในทางเดียวกัน เราพิจารณาแรงที่กระทำต่อเส้นลวดนำกระแส I_2 ตรงส่วน $d\vec{\ell}_2$ ในรูป ที่ตรงนี้มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}_1$ เนื่องจากกระแส I_1 สนามแม่เหล็กนี้มีทิศตั้งฉากกับชิ้นกระแส $I_2 d\vec{\ell}_2$ ดังรูป แรงแม่เหล็ก $d\vec{F}_2$ ที่กระทำต่อชิ้นกระแส $I_2 d\vec{\ell}_2$ มีทิศชี้เข้าหาเส้นลวดนำกระแส I_1 และมีขนาด

$$dF_2 = \left| I\, d\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1 \right|$$

แต่เนื่องจากสนามแม่เหล็ก $\vec{B}_1$ ที่ชิ้นกระแส $I_2 d\vec{\ell}_2$ มีทิศตั้งฉากกับชิ้นกระแส ดังนั้น

$$dF_2 = I_2\, d\ell_2 B_1$$

ถ้าระยะ ะรหว่างเส้นลวดตัวนำมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับความยาวของลวดตัวนำ สนามแม่เหล็ก ที่ชิ้นกระแส เนื่องจากกระแส จะมีค่าประมาณเท่ากับสนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสที่ยาวอนันต์ แรงที่กระทำต่อชิ้นกระแส จึงมีค่า

$$dF_2 = I_2\, d\ell_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$$

แรงต่อหนึ่งหน่วยความยาวบนลวดนำกระแส I_2 จึงมีค่า

$$\frac{dF_2}{d\ell_2} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} = 2\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 I_2}{R}$$

นักวิทยาศาสตร์ได้ใช้ข้อสังเกตนี้ให้นิยามหน่วยแอมแปร์ของกระแสไฟฟ้าดังนี้

กระแสไฟฟ้า 1 แอมแปร์ (A) คือกระแสไฟฟ้าคงตัวซึ่งเมื่อไหลในเส้นลวดตัวนำตรงยาวไม่จำกัดสองเส้น ที่มีพื้นที่ตัดขวางน้อยมาก และวางขนานให้ห่างกัน 1 เมตร ในสุญญากาศ จะทำให้เกิดแรงระหว่างลวดตัวนำทั้งสองเท่ากับ 2×10^{-7} นิวตันต่อความยาว 1 เมตร