

## แบบฝึกหัดทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

1. ยานอวกาศลำหนึ่งต้องเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าไรเทียบกับโลกจึงจะทำให้เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นบนยานอวกาศซึ่งคนบนยานวัดว่าใช้เวลา 1 ปี แต่คนบนโลกวัดว่าใช้เวลา 10 ปี ( $0.995c$ )
2. อายุเฉลี่ยของอนุภาคมิวออนซึ่งอยู่นิ่งมีค่าประมาณ  $2.2 \times 10^{-6}$ s แต่จากการวัดอายุเฉลี่ยของมิวออนในห้องปฏิบัติการที่ได้จากเครื่องเร่งอนุภาคพบว่ามีอายุเฉลี่ย  $6.9 \times 10^{-6}$ s จงหาว่ามิวออนที่ได้จากเครื่องเร่งอนุภาคเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าไรเทียบกับห้องปฏิบัติการ ( $0.948c$ )
3. ผู้สังเกต  $S'$  ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยกรอบหนึ่งวัดว่าเหตุการณ์ 1 เกิดขึ้นที่  $x'_1 = -L'/2$  ณ เวลา  $t'_1 = L'/2c$  และเหตุการณ์ 2 เกิดขึ้นที่  $x'_2 = L'/2$  ณ เวลา  $t'_2 = L'/2c$  นั่นคือ เหตุการณ์ทั้งสองเกิดขึ้นพร้อมกันในกรอบของ  $S'$ 
  - 3.1 จงแสดงให้เห็นว่า ผู้สังเกต  $S$  ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยอีกกรอบหนึ่งซึ่งเคลื่อนที่ตามแกน  $x'$  ด้วยความเร็ว  $V$  เทียบกับ  $S'$  จะเห็นเหตุการณ์ทั้งสองเกิดขึ้นไม่พร้อมกัน แต่ต่างกันอยู่เป็นเวลา  $\Delta t = \gamma L'V/c^2$  โดยที่  $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$
  - 3.2 จงหาว่าระยะห่างระหว่างเหตุการณ์ทั้งสองที่  $S$  วัดได้มีค่าเท่าไร
  - 3.3 ระยะห่างระหว่างเหตุการณ์ทั้งสองที่  $S$  วัดได้นี้เป็นความยาวของวัตถุหรือไม่ ( $3.2 \neq L'$ , 3.3 ไม่ เพราะการวัดความยาวต้องวัดตำแหน่งปลายสองข้างที่เวลาเดียวกัน)
4. ยานอวกาศ  $A$  ลำหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านโลกที่เวลา  $t=0$  ด้วยความเร็วสัมพัทธ์  $v$  ณ เวลา  $t_1$  ตามนาฬิกาบนโลก มียานอวกาศ  $B$  อีกลำหนึ่งเคลื่อนที่ออกจากโลกด้วยความเร็วสัมพัทธ์  $V > v$  เพื่อไล่กวาดยาน  $A$  ลำแรกให้ทัน สมมติว่ายาน  $B$  ไล่ทันยาน  $A$  ที่เวลา  $t_2$  ตามนาฬิกาบนโลก โดยที่  $vt_2 = V(t_2 - t_1)$  หรือ  $t_2 = Vt_1/(V - v)$ 
  - 4.1  $(t_1 - 0)$  เป็นช่วงเวลาเฉพาะ หรือเป็นช่วงเวลาที่ยืด (เฉพาะ)
  - 4.2 นาฬิกาบนยาน  $A$  อ่านค่าเท่าไรเมื่อนาฬิกาบนโลกอ่านเวลา  $t_1$  ( $\gamma t_1$ )
  - 4.3 คนบนยาน  $A$  วัดว่าโลกอยู่ห่างจากยานเท่าไรเมื่อนาฬิกาบนโลกอ่านค่า  $t_1$  ( $\gamma t_1$ )
  - 4.4  $(t_2 - 0)$  เป็นช่วงเวลาเฉพาะหรือช่วงเวลาที่ยืดออก (ช่วงเวลาที่ยืดออก)
  - 4.5 นาฬิกาบนยาน  $A$  อ่านค่าเท่าไรเมื่อถูกยาน  $B$  ไล่ทันพอดี ( $t_2/\gamma$ )

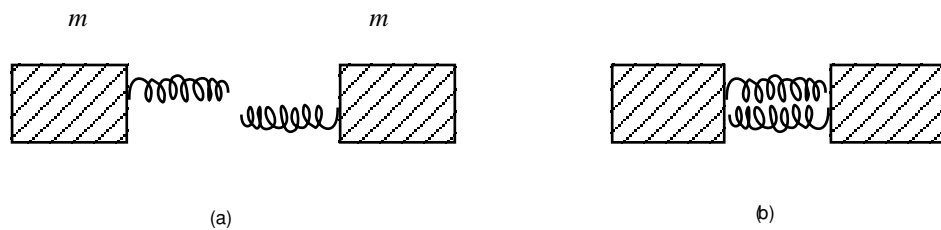
- 4.6 คนบนยาน  $A$  วัดว่าเวลาผ่านไปนานเท่าไร ตั้งแต่เริ่มถูกไล่จนกระทั่งยานหันกันพอดี  $[(t_2/\gamma) - \mathcal{T}_1]$
- 4.7 คนบนยาน  $A$  วัดว่าระยะทางที่ยาน  $B$  ต้องเคลื่อนที่เพื่อให้มาทันเขายาวเท่าไร  $(\gamma \mathcal{T}_1)$
- 4.8 หากผลที่ได้ในข้อ 4.7 ด้วยข้อ 4.6 จะให้อัตราเร็วสัมพัทธ์ระหว่างยานอวกาศทั้งสอง ผลที่ได้สอดคล้องกับการแปลงความเร็วแบบลอเรนตซ์หรือไม่
5. จรวด  $E$  ถูกจรวด  $E'$  รุนใหม่ไล่ทัน จรวด  $E'$  ผ่านจรวด  $E$  ด้วยอัตราเร็ว  $|V| = c/2$  กับต้นของจรวด  $E$  กระทบไฟสัญญาณที่หัวและท้ายจรวดพร้อมกัน (ในมุมมองของ  $E$ ) คนบนยาน  $E$  วัดระยะทางระหว่างไฟท้ายและไฟหน้าได้ 100 m จงหาว่าคนบนจรวด  $E'$  เห็นไฟกระทบที่เวลาต่างกันเท่าใด (คนบน  $E'$  เห็นไฟหน้ากระทบก่อนไฟท้าย  $1.93 \times 10^{-7}$  s)
6. จรวดลำหนึ่งเคลื่อนที่เข้าหาโลกด้วยอัตราเร็ว  $0.80c$  เทียบกับโลก จรวดอีกลำหนึ่งเคลื่อนที่เข้าหาโลกในทิศตรงข้ามกับลำแรกด้วยอัตราเร็วเท่ากัน จงหาว่าอัตราเร็วของจรวดลำแรกเทียบกับลำที่สองมีขนาดเท่าไร  $(0.98c)$
7. อะตอมบางชนิดบนดวงดาวในแกแล็กซี่ที่ห่างไกลเปล่งแสงออกมา เราสามารถรู้ว่าอะตอมนั้นเป็นอะตอมชนิดใดได้โดยศึกษาสเปกตรัมความถี่ของแสงที่เปล่งออกมา จากการศึกษาพบว่า มีองค์ประกอบของแสงองค์ประกอบหนึ่งที่ความถี่  $8.0 \times 10^{14}$  Hz ซึ่งเป็นความถี่ที่ผู้สังเกตที่อยู่หนึ่งเทียบกับแหล่งแสงวัดได้ แต่ผู้สังเกตบนโลกวัดองค์ประกอบนี้ได้ว่ามีความถี่  $5.0 \times 10^{14}$  Hz แกแล็กซี่นี้กำลังเคลื่อนที่เข้าหาหรือหนีออกจากโลกด้วยอัตราเร็วเท่าใด (มองหอะไร พรรคพวก!)
8. ยานอวกาศลำหนึ่งขณะที่กำลังเคลื่อนที่อยู่ในห้วงอวกาศได้เผชิญกับยานสำรวจของมนุษย์ต่างดาวลำหนึ่งซึ่งมีเครื่องส่งวิทยุ ขณะที่ยานอวกาศต่างดาวเคลื่อนที่เข้าหา ยานอวกาศของมนุษย์โลกได้รับสัญญาณวิทยุที่มีความถี่ตอนแรกเท่ากับ 130 MHz แต่ในขณะที่ยานต่างดาวเคลื่อนที่ห่างออกไปไกล สัญญาณความถี่ที่ได้รับลดลงจนเหลือเท่ากับ 60 MHz
- 8.1 จงหาอัตราเร็วสัมพัทธ์ระหว่างยานมนุษย์โลกกับยานต่างดาว  $(0.368c)$
- 8.2 มนุษย์ต่างดาวปล่อยคลื่นวิทยุที่มีความถี่เท่าไร (วัดโดยมนุษย์ต่างดาวบนยานของเขาเอง) (88.3 MHz)
- 8.3 จงหาความถี่ที่ยานมนุษย์โลกรับได้ในขณะที่ยานต่างดาวเข้าใกล้ยานมนุษย์โลกมากที่สุด (82.1 MHz)

9. อิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งและโพสิตรอนอนุภาคหนึ่ง (ซึ่งเป็น antiparticle ของอิเล็กตรอน) รวมกันและทำลายซึ่งกันและกัน ก่อให้เกิดโฟตอน ซึ่งเป็นอนุภาคที่มีมวลเป็นศูนย์

9.1 ถ้าอิเล็กตรอนและโพสิตรอนต่างก็อยู่นิ่งเทียบกันเอง ทำไมถึงเป็นไปได้ที่การทำลายนี้ จะก่อให้เกิดโฟตอนเพียงอนุภาคเดียว

9.2 ถ้าเกิดโฟตอนขึ้น 2 อนุภาค การเคลื่อนที่ของอนุภาคสัมพัทธ์กันอย่างไร พลังงานของแต่ละอนุภาคมีค่าเท่าใด กำหนดให้ว่าพลังงานหยุดนิ่งของอิเล็กตรอนหนึ่งอนุภาคหรือของโพสิตรอนหนึ่งอนุภาคมีค่าเท่ากับ  $8.2 \times 10^{-14} \text{ J}$

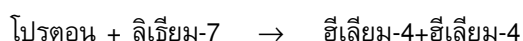
10. พิจารณาวัตถุ 2 ก้อนที่เหมือนกันทุกประการ แต่ละก้อนต่างก็มีมวล  $m$  ซึ่งรวมทั้งมวลของสปริงหย่อนที่ติดกับแต่ละก้อน (ดูรูป a) ผู้ทำการทดลองคนหนึ่งนำวัตถุทั้งสองก้อนเข้าหากันดังรูป b เสร็จแล้วเขาปล่อยมือ และพบว่าสปริงทำให้มวลทั้งสองวิ่งออกจากกันไปในทิศตรงกันข้าม ด้วยอัตราเร็วแต่ละก้อนเท่ากับ  $v$



- 10.1 จงหาพลังงานเชิงสัมพัทธภาพทั้งหมดของระบบขณะที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่
- 10.2 จากกฎการคงตัวของพลังงานทั้งหมด จงหาว่าพลังงานของระบบตอนที่ก้อนวัตถุทั้งสองอยู่นิ่งมีค่าเท่าใด
- 10.3 พลังงานเนื่องจากมวลอย่างเดียวเมื่อวัตถุอยู่นิ่งมีค่าเท่าใด

อธิบายว่าทำไมพลังงานเนื่องจากมวลทั้งหมดของระบบขณะที่อยู่นิ่งในรูป b จึงมีค่ามากกว่าพลังงานเนื่องจากมวลที่แยกกันในรูป a  $\left( 2mc^2/\sqrt{1-v^2/c^2}, 2mc^2/\sqrt{1-v^2/c^2}, 2mc^2 \right)$

11. ในการทดลองปฏิกิริยานิวเคลียร์ครั้งแรก นิวเคลียสลิเธียมถูกยิงด้วยอนุภาคโปรตอนเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสูง ทำให้เกิดปฏิกิริยา



พลังงานจลน์ของโปรตอนมีค่า  $0.80 \times 10^{-13} \text{ J}$  นิวเคลียสฮีเลียมแต่ละนิวเคลียสมีพลังงานจลน์เท่ากับ  $14.24 \times 10^{-13} \text{ J}$  โปรตอนมีมวลเท่ากับ  $1.008145 \text{ u}$  มวลของลิเทียม-7 มีค่าเท่ากับ  $7.018034 \text{ u}$  และมวลของฮีเลียม-4 มีค่าเท่ากับ  $4.003874 \text{ u}$  ( $1 \text{ u} = 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) จงแสดงให้เห็นว่าข้อมูลที่ได้เป็นไปตามสมการเชิงสัมพัทธภาพสำหรับการคงตัวของมวล-พลังงาน

12. พิจารณาอนุภาคที่มีมวล  $m$  ซึ่งเดิมอยู่นิ่งในกรอบอ้างอิงเฉื่อยหนึ่ง ณ ตำแหน่ง  $x_i$  มีแรงขนาด  $F$  กระทำในทิศบวก  $x$  แรงนี้ทำให้อนุภาคมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อวัตถุนี้อยู่ที่ตำแหน่ง  $x_f$  จงหา
- 12.1 งานที่ทำโดยแรง  $F$  ที่คงที่นี้
  - 12.2 พลังงานทั้งหมดของอนุภาค